

# ヒット現象の数理モデル

石井晃<sup>\*1</sup>、吉田就彦<sup>\*2</sup>

鳥取大学工学部応用数理工学科<sup>\*1</sup> , デジタルハリウッド大学大学院<sup>\*2</sup>

## Mathematical model of hits

A.Ishii<sup>\*1</sup>, N.Yoshida<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup>Department of Applied Mathematics and Physics, Tottori University  
Koyama, Tottori 680-8552, Japan

<sup>\*2</sup>Digital Hollywood University, DH2001 Bldg, Kanda-Surugadai 2-3,  
Chiyoda-ku, Tokyo 101-0062

Hit phenomena in the entertainment content business is considered as a mathematical model. Effects of advertisement, estimation and popularity are included in the model. The model calculation shows strong nonlinearity which agrees well with hit phenomena in the entertainment.

Keywords: Hit, Econophysics, Nonlinear, Entertainment

### 1. 序論

通常の状態ではランダムに動いている多数のものが、あるきっかけで協同現象を起こし、そろって動くという現象が、自然界では時々見受けられる。それは対象同士がなんらかの相互作用を起こして、お互いの動きがそろってしまうことで起きる現象と考えられる。例えば外部磁場を加えることで磁性体のスピンの徐々にそろっていく現象などはその典型例であろう。この種の例は化学反応や生物学でも見ることができるが、それにとどまらず、社会科学的現象にも見ることができる。社会科学研究対象であっても、その対象となる各エージェントの、他のエージェントとの相互作用がはっきりと数式で定義されていれば、物理学や化学、生物学と何ら変わることはない協同現象として扱うことができるのである。

本論文では、エンタテインメント・コンテンツのヒット現象の数理モデルを考察する。エンタテインメント・コンテンツのヒット現象とは、ある音楽や映画等が消費者の支持を得て、CD等の販売数や観客動員数を爆発的に増やすという現象である。この

現象を、音楽で言えば、楽曲の魅力とか歌手や演者等アーティストの個人的な魅力だけに帰するのではなく、一個の数理現象として捕らえて分析し、ヒットという現象が起こるメカニズムを解明し、できればヒット現象の予測の方向性を探るのが本研究の最終的な目的である。

ヒット現象とは通常、商品の販売数等が爆発的に増えることであったり、テレビの視聴率がある数字を越えていくことであったり、常に数字で表現し、比較されることでヒットするという社会現象を表している。ただし、ヒット現象の正確な定義およびその現象を数理的に解析分析している文献は少ないと言わざるを得ない。特に本論文で扱う、一般的にも馴染みの深い、エンタテインメント・コンテンツ・ビジネス分野を対象とした数理的な研究はほぼ皆無と言ってもよい。しかしながら、ヒット現象という社会科学的な現象を数理的に解明できれば極めて波及効果が大きいと言える。何故ならば、エンタテインメント・コンテンツ分野でのヒット現象は、爆発的拡大性に強く影響を与える『流行』という要素が強いからである。

本来、商品の販売というのは経済学の守備範囲である。しかし、いわゆる新古典派の経済学において、常に念頭にあるのは市場の均衡であり、本論文で対象とするヒット楽曲の販売での市場の均衡とは、発売後数年経って日本全国で1日に1枚CDが売れるかどうか、という状態のことであろう。それぞれの楽曲にとっての市場均衡の存在は否定しないが、均衡した後では、ビジネス的には何の意味もない状態になっていると言える。また、一般にCD等は価格が決まっているため、それぞれの楽曲ごとに需要と供給のバランスで価格が決定されるという市場原理が働かないことにも留意する必要がある。しかも、流行というのは『寿命』が存在するため、市場均衡という概念と本質的になじまない部分がある。

ここで興味があるのは均衡する以前の過渡現象であり、ヒットの本質はこの過渡現象における揺らぎを最大限に利用して、短期間に収益を上げることにある。従って、ヒット現象を扱うことは伝統的な意味でのミクロ経済学の範囲外となる。その意味で、最終的に販売市場が落ち着いて定常状態に移行した時の販売量がほぼゼロとなるヒット現象の過程の中では、興味あるほとんど全ての現象が過渡現象であり、本質的に時間依存で解明する必要があると言う意味で、為替市場とも株価市場とも、あるいは耐久消費財販売とも異なる現象であり、ここで新たに扱う意味も出てくるのである。

本論文の研究は、著者の一人である吉田の音楽プロデューサーとしての実体験に基づいたヒット現象における消費者行動やメディアの作用等、実際のヒット現象創出時の実践的ノウハウからそのメカニズムに迫る視点と、数値データの裏づけにより厳然とヒット現象を一個の数理的現象として捉え直す視点という二つの違った視点を統合して一つの数理モデルを提出するということである。このように異なった視点からのヒット現象解析を、一つの数理モデルとすることは前例のない試みである。

本論文では、2章でヒット現象自体を分析した上で、まず消費者個人の視点で楽曲購入をモデル化して、宣伝や口コミ等による評判の浸透の効果を取り入れて方程式を提示する。それを受けて個人個人の差を無視する簡単化した近似方程式でいくつかのモデル計算を行い、その結果と実際のヒット現象とを比較して考察する。

なお、特定商品の販売数の時間依存データは実際の販売データの入手が難しいために具体的数値と比

較した研究がしにくい面があるが、本研究に限っては関連業界の支援でその種のデータが入手可能である。この点については本論文の最後の今後の展望を参照されたい。

## 2. ヒット現象

ヒットという現象を生み出すメカニズムを解き明かすためには、その受け手である消費者の心の動きを検証していかなければならない。その心の動きの中にヒットをめぐる現象のすべてのメカニズムが含まれているのである。図1は、文献1で指摘されているモノやサービスで定義される商品が、実際にヒットしていく過程の変遷とその原因をなす消費者の心の変遷と購入に至る軌跡を図にまとめたものである。

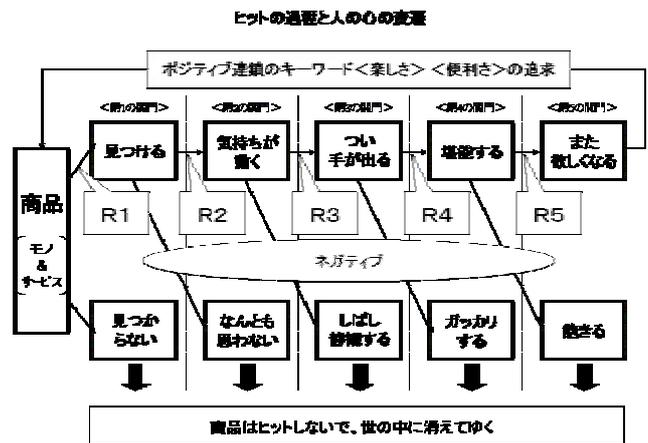


図1 ヒットの過程と消費者の心の変遷  
(文献1の図表1-2に加筆)

最終的に多数の消費者が購入に至りヒットを生むためには、まずその商品であるモノやサービスに何らかの形で出会わなければならない。これが第1の関門であり、その商品が消費者に認知される認知確率を  $R_1$  とする。

次に、その関門をクリアした商品は、第2の関門「気持ち動く」という消費者の心の動きを獲得しなければならない。そのときの消費者がその商品に興味を持つ動心確率を  $R_2$  とする。

消費者の気持ちが、少しでも動くことによって、次の第3の関門を迎えることになる。「つい手が出る」かどうかという実際の購入行動である。そのときの購入行動にいたる購入確率を  $R_3$  とする。

この場合、すぐ<つい手が出る>ほどに、気持ちが動くときヒット現象のスピードはかなり速いものになる。ただし、気持は動いたがなかなか手が出なかったり、ついつい手が出そびれてしまったりすることにより、その商品のヒット現象のスピードはかなり異なってくる。したがって、この確率  $R_3$  は時間 ( $t$ ) の関数となる。

第3の関門で購入に至った商品が、実際にそれを利用した消費者の満足を得るかどうかの商品満足度が、ヒット現象に最大の影響を与える行為である<口コミ>に繋がる。その消費者の満足度を示す第4の関門<堪能する>堪能確率を  $R_4$  とする。

それまでは宣伝等の影響力で消費者の興味を引き、その商品の良さが想像でしかなかった商品特性が、実際に消費者に受け入れられることで<口コミ>を生むわけである。この関門<堪能する>をクリアできたことにより、<口コミ>が起き、その商品を堪能する商品満足度が、大きくその後のヒット現象の規模に影響を与えていくことになる。

通常の商品の場合は、ここで消費行動が終了となるが、特にエンタテインメント・コンテンツ・ビジネスの場合、ひとつの商品が消費者の賛同を得ることで、次の新たな商品にヒットが伝播していくことは容易に想像できよう。その最後の関門が<又、欲しくなる>かどうかである。この関門をクリアすることにより、サービスなら継続することになり、モノならその関連のモノや同じモノの続編を購入することとなり、その消費者はリピーターとなる。そして、<又、欲しくなる>リピート行為がフィードバックされて、次の新たなサービスやモノのヒットに繋がっていくわけである。これは一人が複数個購入する一般の消費財でも同様に起こり、ヒット現象のヒット規模を決定する要因となる重要な要素でフィードバック確率と定義する。そのフィードバック確率を  $R_5$  とする。このフィードバック確率は他人にその商品を勧めて、勧められた人が購入することによるフィードバック効果も広い意味では含めるものとする。

このように、ヒット現象の過程と消費者の心の変遷は、その商品に対する消費者の気持ちのポジティブ連鎖によって成り立つことになる。このポジティブ連鎖を繰り返すことで、商品のヒット現象が生まれていくのである。特に、エンタテインメント・コンテンツ・ビジネスでは  $R_4$  や  $R_5$  がヒット規模に非常に影響を与えることが実体験から指摘できる。

ここで設定した  $R_1$  から  $R_5$  に至る各確率はヒットの現場にいた者の実体験として設定されたもので、商品であるエンタテインメント・コンテンツ自体の評価や宣伝の量、質、口コミ等評判の広がりにより数値化されていくものである。しかし、それらを全て正確に数理モデル化する前段階として、本論文では先ずヒットを生むための基本的な購入メカニズムや情報の広がりモデルを提出し、その検証から議論を進めていくこととする。

### 3. 商品購入のモデル化

#### 3.1 最も単純な場合

まず、最も単純な場合から考えていく。ある商品が店頭で並んでいるとする。今考えている社会の人口が  $N$  人であるとして、それらの人で1日にその店に行く人の割合を  $R_{shop}$ 、さらに店に入った人の中でその商品を実際に購入する人の割合を店へ訪れるごとに  $R_{fb}$  とし、一人が一つ商品を購入したとすると、1日に商品が売れる数は

$$R_{fb} R_{shop} N \quad (1)$$

である。時間の単位が1日であるとすれば、 $t$  の時間で商品が売れる数  $I$  は

$$I = R_{fb} R_{shop} N t \quad (2)$$

となる。これから、もし  $t$  を”微小”と扱うことが出来れば、この商品の売り上げは単純な微分方程式

$$\frac{dI}{dt} = R_{fb} R_{shop} N \quad (3)$$

となることがわかるであろう。ここで  $I$  は商品の総販売数となる。もし  $R_{fb}$  も  $R_{shop}$  もこの社会の人口  $N$  も定数なら、これはこの商品が線形で単調に売り上げをあげることを意味する。これは常に一定の割合で反応が進行していく化学反応による反応生成物の生成量を表す式と、同じであるといえる。

しかし、実際のところ常に変わらず売れ続ける商品は商売の上で理想であり、かつ考えやすいが、実際はそのような商品を指摘する方が難しい。例えば、一人が1回買えばそれで十分な商品の場合、 $N$  人全員に売れたらそれ以上商品は売れなくなる。この店に入る人が未だ購入していない人だけであるとすれば、それは次のような方程式で表現できる。

$$\frac{dI(t)}{dt} = R_{fb} R_{shop} (N - I(t)) \quad (4)$$

この方程式の漸近解は  $t \rightarrow \infty$  で  $N=I$  であり、全員が購入した時点で売り上げが止まるというわかりやすい解となる。

### 3.2 個人に視点を置いたモデル

次に、商品全体の総売上ではなく、一人一人の消費者が買うかどうか、という視点で考えてみよう。この場合は販売個数では考えにくいので、購入した数ではなく、「購入意欲」を求めてみる。N人いるとして、 $i$ 番目の人の購入意欲を  $I_i(t)$  とする。先の単純な場合をこの個人視点でモデル化すると、

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = R_{fb} R_{shop} (1 - I_i(t)) \quad (5)$$

この式は  $I(t) = \sum_{i=1}^N I_i(t)$  とすれば (3) 式と同じ意味となることはすぐにわかる。(4) 式に相当するモデルも

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = R_{fb} R_{shop} (1 - I_i(t)) \quad (6)$$

とすると、(4) 式と同じ意味となる。一つしか買う必要のない商品の場合、 $I_i(t)$  は 1 が最大値と考えればいいであろう。

この個人視点でモデル化するのは商品総売上を解析するのと同じに見えるが、実は消費者同士の相互作用を考えるのに根本的に重要な見方となる。

### 3.3 Webアクセスのモデル

在来型の商品購入以外にインターネット経由という購入ルートも重要である。いきなりインターネット販売まで踏み込まず、まずはホームページやブログへのアクセス数の考察から考えていこう。Webアクセスが店頭での商品販売と異なる点は、店に行く必要がないということである。アクセスはリンクを経由して他のページから簡単に飛ぶことも出来るし、思い立ったら翌日の午前中でなくその場でアクセスして確認することが出来る。今、着目するWebへのアクセス数は以前にそこを見ていたアクセス

数に比例すると考え、前日のアクセス数の  $C$  倍だけ翌日にアクセスがあると考えたと

$$\Delta I_i(t) = C_i I_i(t) \Delta t \quad (7)$$

これから微分方程式が得られる。

$$\frac{dI_i}{dt} = C_i I_i(t) \quad (8)$$

これは毎日毎日、その人 ( $i$  番目の人) が繰り返しそのページにアクセスしている、という単純なモデルである。アクセス数には上限はないので、この場合、1以上増えないという制限は入らない。(8) 式の簡単なモデルでは、 $C_i$  が正の数の場合、アクセス数が指数関数的に増大する解を与える。

$$I_i(t) = D_i e^{C_i t} \quad (9)$$

もちろん、単純にいくらでも指数関数的に増大することは現実問題としてあり得ない。その理由は翌日にもアクセスする確率  $C_i$  を定数と置いたことにある。そのサイトが更新されたとして、更新内容を見るアクセスは更新日時から時間が経つにつれて頻度が下がるであろう。従って、例えば更新されたサイトがアクセスを引きつける魅力が更新日時  $t=t_0$  を原点として減衰していくというモデルを仮定することはそれほど不自然ではないであろう。

$$C_i(t) = C_i e^{-at} \quad (10)$$

(10) を代入して (8) の微分方程式の数値解を

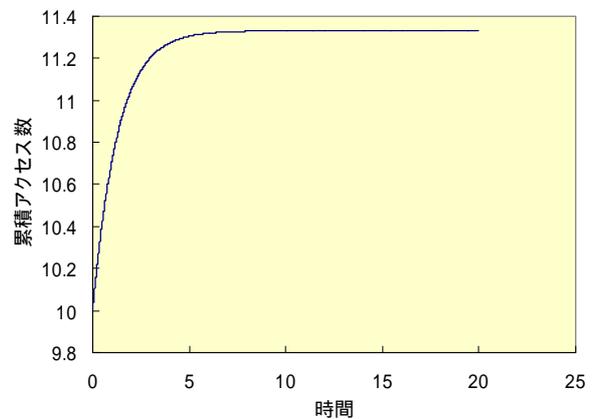


図2 累積アクセス数の時間変化

求めてグラフにしたのが図2で、縦軸は累計アクセス数、つまり更新の日時を原点とした累積アクセス数である。ここでアクセス数の初期値を10、減衰係数 $a=0.8$ 、 $C_i=0.1$ と置いている。 $C_i(t)$ の減衰に伴ってアクセス数が伸び悩み、10%ちょっとアクセスが伸びた値で数値が収束してしまっていることを示している。更新内容によって、 $C_i$ はもっと高い数値を取ることはあるだろうが、新たな更新等が無い場合の実際のネットの特定のページへのアクセス数の推移は、だいたいこのような時間変化であろうと思われる。

### 3.4 宣伝の効果

消費者に商品の購入やWebへのアクセスを誘う場合、TV、雑誌、街頭などを利用した宣伝行為は、数的に見れば外場を加える働きをすることである。商品の販売であれば、ある宣伝で1日あたり確実にA個売れるとすると、その宣伝による時間tあたりの販売数は

$$I = A \cdot t \quad (11)$$

である。個人の視点であれば、このIは小数であり、これが累積して1になった時に購入すると考えれば同じモデルが適用できる。従って、個人の視点での購入意欲は

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = R_{fb} R_{shop} + A \quad (12)$$

となる。

実際の宣伝活動は日時を限った限定的なものであるのが普通なので、その効果は時間的に限定されている。そこで、Aを時間の関数A(t)として

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = R_{fb} R_{shop} + A(t) \quad (13)$$

が個人視点でモデル化した購入意欲を記述する方程式ということになる。個人は1個しか買わない商品の場合も同様で、(6)式に宣伝の効果を取り入れると以下のような微分方程式になる。

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = R_{fb} R_{shop} (1 - I_i(t)) + A(t) \quad (14)$$

Webアクセスの場合もまったく同様で、(8)式に宣伝の項を付け加えると

$$\frac{dI_i}{dt} = C_i(t) I_i(t) + A(t) \quad (15)$$

という微分方程式で記述されることになる。ちなみに、前節で設定した $R_1, R_2, R_3$ はいずれも宣伝効果A(t)の関数となるはずである。

この宣伝によって購入される数を表すA(t)を具体的な数値データに基づき関数型を具体的に書き下すことは、実際のところ容易でない。日々のTV・新聞・雑誌での広告やパブリシティ等が具体的な数値としてどう購入量に結びついたかを数的に明らかにしないと導けないからである。この宣伝の効果自体の検証は非常に重要ではあるが、ヒットの本質を探る意味では宣伝が一定の効果を上げると仮定するだけで十分である。そこで、実際の宣伝活動とそれによる購入との関連は全て関数A(t)に込められているとして、本論文においては、あくまで一定の宣伝効果として表すこととし、A(t)は宣伝期間中定数で与えられると仮定する。

尚、A(t)の具体的な関数型については、具体的な数値データによる検証に基づき、今後の研究にゆだねることとする。

### 4 評判の効果

商品の購入、あるいはWebアクセスの増加は、口コミや評価記事等さまざまな媒体でのポジティブな評判が消費者に届き、それが購入を促す働きをする。そして、そのような購入を促がず働きが各エージェント相互に働き合うことで、商品の購入が加速する。つまり、そのような『評判』の効果を取り入れるのが、ヒット現象のような爆発的な購入現象のメカニズムを解明するには不可欠なのである。前節で導入した個人視点でモデル化した方程式は、このような評判をモデル化して方程式に取り入れるのに都合な形式になっている。

評判の効果は大きく3つに大別できると考えられる。それは以下の3つである。

1. 購入した人本人から聞いた情報で買う
2. 購入した人同士のコミュニケーションを参考に買う
3. 売れているという評判で買う

この3つのそれぞれが、時間tあたりにどのような効果を購入意欲に与えるかをモデル化する必要がある。

まず、購入した人からの情報は、当然ながらそれまでに購入した数に比例する。i 番目の人が j 番目の人から情報を聞いて購入する気になる確率を  $D_{ij}$  と定義すると、購入した人自身からの情報によって i 番目の人が購入する割合は

$$\sum_{j \neq i}^N D_{ij} I_j(t) \quad (16)$$

である。

次に、購入した人同士の情報は購入した人で作る対の数に比例する。購入した人同士の情報交換は、口コミの場合もあれば、ブログやネットの掲示板への書き込みなどでなされると思われ、その情報量の総数が問題となる。そこで、その購入した人同士の情報交換によって影響されて購入する確率は

$$\sum_j \sum_k P_{jk} I_j(t) I_k(t) \quad (17)$$

で定義できるであろう。ここで  $j, k$  は  $i$  を含まない。係数  $P_{jk}$  はその商品に対する評価であり、購入した人に評判がいいほど、この係数は大きな値となる。逆に購入した人に評判が悪い場合、この係数は負となる。

最後に、売れているという評判で、内容と関係なく買ってしまうという付和雷同的な購入は販売量の微係数に比例すると考えて、

$$G \frac{d}{dt} \sum_{j \neq i}^N I_j(t) \quad (18)$$

と置くことが出来る。ただし、この項が微係数に比例するかどうかは今後の検証を待つ問題で、微係数に非線形に依存する場合は、解へより複雑な挙動を与える可能性がある。

情報交換で口コミを表す場合は  $j, k$  が  $i$  に近い番号の場合のみ情報が伝わるとすることで表現することが出来る。逆にブログやネット上の掲示板への書き込みの評判の場合はすべての人に同時に伝わるとして表現することが出来る。その意味で、ここで (16) (17) (18) で導入した各係数は個人の口コミが瞬時に日本全体に伝わるとした点で非常にインターネット的な項であり、インターネット以前の時代については、この係数は対角化した定数行列とする近似は不可能で、局所的な口コミの連続による噂の伝搬となり、非常に異なった形になるであろう。

## 5. 個人視点の基本方程式

これら 3 つの評判の項を含めると、一人一人の個人による商品の購入量の時間変化を表す微分方程式は次のようになると考えられる。

$$\begin{aligned} \frac{dI_i(t)}{dt} = & R_{fb} R_{shop} + A(t) + \sum_{j \neq i}^N D_{ij} I_j(t) \\ & + \sum_j \sum_k P_{jk} I_j(t) I_k(t) + G \frac{d}{dt} \sum_{j \neq i}^N I_j(t) \end{aligned} \quad (19)$$

Web アクセス数の時間変化を表す微分方程式もほぼ同様なフィードバック項を付け加える形で導くことが出来る。

$$\begin{aligned} \frac{dI_i(t)}{dt} = & C_i(t) I_i(t) + A(t) + \sum_{j \neq i}^N D_{ij} I_j(t) \\ & + \sum_j \sum_k P_{jk} I_j(t) I_k(t) + G \frac{d}{dt} \sum_{j \neq i}^N I_j(t) \end{aligned} \quad (20)$$

この方程式で対象とする人間の数  $N$  を一億とすれば、原理的には日本全体のシミュレーションとなる。

ここで導入されている各係数  $C_i$ ,  $D_{ij}$ ,  $P_{jk}$ ,  $G$  は以下では単純に定数と置いて計算していくが、原理的には行列であり、その導出自体を「 $N$  人の人対人」による多体問題として扱うことが出来るはずである。対人の相互作用やその時間変化を心理学や社会行動学の成果を要素に含めた多体問題として解くことは興味ある話題であり、今後の発展を待ちたいが、ここではいくつかの方向を指向した様々な人間集団に分類するという点で、時間依存スピングラス系との類似を指摘するにとどめる。

ここで導入した口コミ・評判のモデルで定義した  $D_{ij}$  は、実際には、その商品であるコンテンツの評価により影響されて、数値が決定することになり、 $P_{ij}$  と無関係ではない。すなわち、 $D_{ij} = f(P_{jk})$  という関数関係になると予想されるが、本論文においては数理モデルの第一歩として簡単化のため、コンテンツの良し悪しに関わらず購入者が必ず口コミによる評判の伝播を行うものと仮定している。

また、購入した人からの口コミで購入する確率  $D_{ij}$  と購入した人同士の口コミに影響されて購入する確率  $P_{ij}$  は先に文献 1 から定義した堪能する確率  $R_4$  とフィードバック確率  $R_5$  の関数であるはずである。

$$D_{ij} = D_{ij}(R_4, R_5) \quad (21)$$

$$P_{ij} = P_{ij}(R_4, R_5) \quad (22)$$

しかも、原理的には  $N$  人一人一人についてこの係数

は異なるはずである。しかし、この具体的な関数形の決定は実際のデータとの比較や多体問題的考察を経て今後の研究を待つべきであり、ここではこの関係を指摘するだけにとどめる。

(19) (20) 式と類似の系として、数理生態学における種間競争を扱う Lotka-Volterra 方程式を挙げることができる。これは  $i$  種の数  $N_i(t)$  を、 $n$  種間の相互作用を含めた繁殖数の時間的推移を次のような方程式に記述するモデルである[2]。

(相互作用の入れ方は下記以外に様々なモデルが考えられている)

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = \varepsilon_i N_i(t) - \lambda_i N_i^2(t) - \sum_{j=1}^n \mu_{ij} N_i(t) N_j(t) \quad (23)$$

(19) (20) の最後の微分項を除けば数学的には非常によく似た方程式であるが、数理モデルとして決定的な違いがある。数理生態学における種間競争は互いに相手の種の繁殖を妨害する総合作用を導入するので、(23) 式における右辺第2項、第3項は常にネガティブに働く。一方、ヒット現象の場合は他人との相互作用は口コミ等による評判の浸透でポジティブに働く場合が重要である(ネガティブな評判ももちろん存在するはずである)。従って、非常によく研究されている Lotka-Volterra 方程式の数学的構造の研究は今回の場合はあまり役に立たない。特に数理生態学で意味ある Lotka-Volterra 方程式の解は無窮時間後の種の数のバランスであるが、ヒット現象の場合、無窮時間経過後では楽曲は売れない状態であることは自明なので、無窮時間後の定常解の研究はヒット現象では意味を持たない。また、種数が  $n=2$  と  $n=3$  でも大きく解の構造が違ってしまうことが知られており、ヒット現象の場合はそれ以上に非常に多い人数を考えるため、(19) (20) のヒット現象の方程式は数理科学的にはあまり研究されていない非線形微分方程式と言える。

## 6. 均等近似

(19) (20) をそのまま多数の人間を対象に解くことは数値計算であれば可能ではあるが、人間一人一人の個性に応じて様々な係数を正確に与えていくことは容易でない。そこで、すべての人が同様の購入意欲を持つ、と仮定して、平均的な人間の動向として方程式を解くことを考えよう。つまり全て

の個人が均等な役割をすると考えるのである。すべての人間が均等な購入意欲を持つとすることは、具体的には  $i$  番目の人の購入意欲を

$$I_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_j(t) \quad (24)$$

と近似することである。こうして定義された平均された一人の購入意欲を  $I(t)$  と表そう。

$$I(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_j(t) \quad (25)$$

さらに係数  $D_{ij}$ ,  $P_{ij}$  も一人一人の個人に依存せず全て同じ値  $D$ ,  $P$  を持つと近似すれば、

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N D_{ij} I_j &= D \sum_{j=1}^N I_j(t) \\ &= (N-1)DI(t) \\ &= C_d I(t) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_{jk} I_j(t) I_k(t) &= P \sum_{j=1}^N I_j(t) \sum_{k=1}^N I_k(t) \\ &= (N-1)(N-2)PI^2(t) \\ &= C_p I^2(t) \end{aligned} \quad (27)$$

と簡単化できる。さらに  $(N-1)G=C_G$  と定義すれば、(19) は、この均等近似において次のように近似することができる。

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= R_{fb} R_{shop} + A(t) \\ &+ C_d I(t) + C_p I^2(t) + C_G \frac{dI(t)}{dt} \end{aligned} \quad (28)$$

また、Web アクセス数の場合(20)も均等近似すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= C(t)I(t) + A(t) \\ &+ C_d I(t) + C_p I^2(t) + C_G \frac{dI(t)}{dt} \end{aligned} \quad (29)$$

全ての人が同じ動向をすると仮定しているので、かなり粗い近似ではあるが、モデルとして宣伝の効果や評判の効果などがどのような働きをするのかを具体的に見ていくのには十分であろう。この(23) (24) 式の右辺の各項の係数を、ここで用いた均等近似よ

り微視的な立場からなるべく正確に求めていくことが、今後の理論的発展の課題となるであろう。

## 7. 計算例

具体的な計算例をいくつか示す。Webアクセス(29)式で、宣伝の項  $A(t)$  が時間  $t=5\sim 7$  の間だけ一定の値  $C_a$  を持ち、他の時間はまったく宣伝は無い、と仮定した場合の計算を示す。ここで  $C(t)I(t) + C_d I(t) = C_0 e^{-at} I(t)$ 、 $a=0.8$  とWebが更新された時から指数関数的に減衰するとした。また、評判による項は  $C_p = 0.1$  とした。図3では  $C_a$  を 0.05, 0.1, 0.3, 0.5 とした場合の計算を4次のRunge-Kutta法で解いた。評判の項が  $I(t)$  の2乗に比例するので、宣伝によって大きくアクセスが伸ばされていれば、評判の効果によって宣伝終了後も急激にアクセスが伸びていくことがわかる。

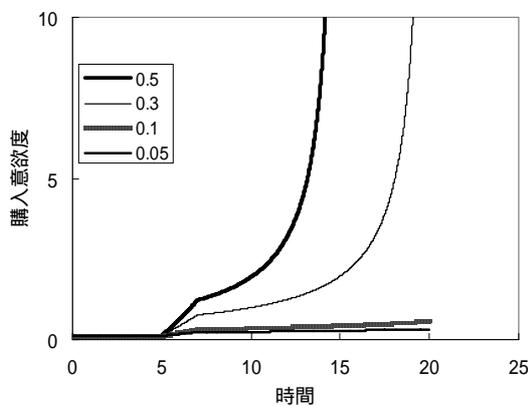


図3 宣伝の強さによる違い

次に、宣伝の強さ  $C_a$  を 0.1 に固定し、宣伝が行われる時間も  $t=5\sim 7$  の間だけとし、評判を  $C_p = 0.01, 0.03, 0.1, 0.2$  と設定した場合の計算例を図4として示す。評判の効果は宣伝が終了した  $t=7$  以降で顕著に現れる。すなわち、評判が良い場合は宣伝終了後も評判の効果で大きく伸びてい

く。しかも、この評判による効果による立ち上がりは、評判の強さがある値以上になった場合に非常に急激に上昇することがわかる。この現象は(28)式によるCD販売などでも同様であり、これは通常のそのアーティスト(歌手)の販売ポテンシャルに相当する並程度のヒット曲が数多くある中で、ごく少数だが、一年に数曲、通常より非常に大きく売り上げを伸ばす楽曲が存在することやまったくの新人のこれまでに無い新鮮な楽曲が大ヒットとなることと、少なくとも定性的に符合する。

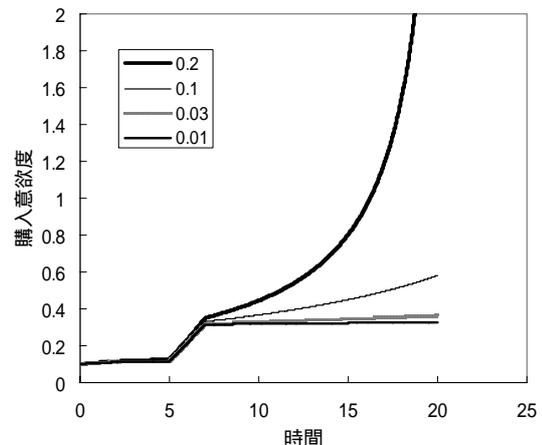


図4 評判の善し悪しによる差

では、評判がよくて宣伝されていない場合と、宣伝は行われているが評判はさっぱりという場合を比べてみよう。計算はそれぞれ  $C_a = 0.1, C_p = 0$ 、 $C_a = 0, C_p = 0.1$ 、 $C_a = 0.1, C_p = 0.1$  とした場合で、宣伝が行われる時間も  $t=5\sim 7$  の間だけという設定も同じである。指数関数的な減衰もまったく同じ設定とする。計算結果を図5に示す。計算結果は、宣伝だけで評判がまったくない場合は宣伝終了と同時に伸びが止まり、逆に宣伝していなくても評判が良い場合は地味に伸びていくことがわかる。そして、同じ評判であるなら、宣伝をした方が圧倒的に伸びる、ということもわかる。いずれも非常にうなずける結果である。

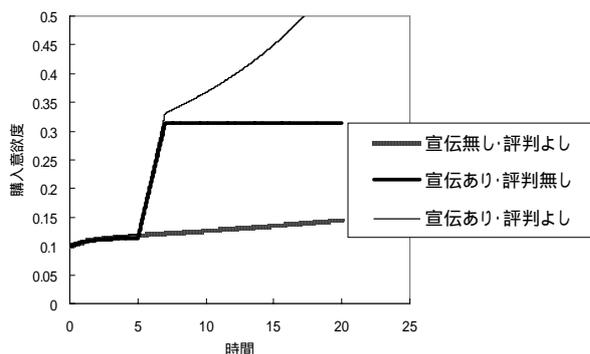


図5 宣伝と評判の有無による差

最後に同じ強さの宣伝を、開始時期を変えてみた計算を図6に示す。やはり、同じだけの宣伝なら早く開始した方が効果的ではあるが、開始時間を早めることによる効果はそれほど劇的が伸びを示すことはない、と言える。

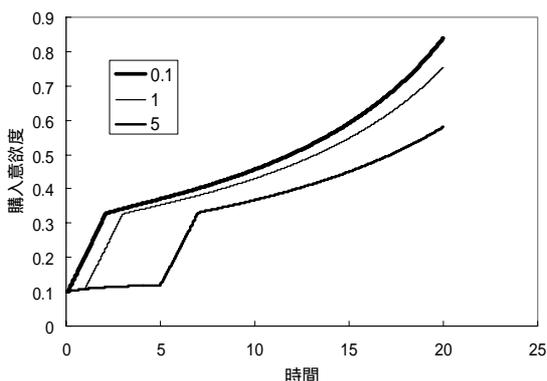


図6 宣伝時期の早い違いによる差

## 8. 考察

前節の計算結果を見ると、宣伝によって売上げが伸びることと、評判の効果が非線形的に効くことが見て取れる。評判の効果が非線形的な振る舞いをするために、宣伝によってある程度評判を嵩上げた場合とそうでない場合とで、以後の売上げの伸びがまったく違う場合があることがわかった。特に、評判による非線形的な売上げの上昇は、売上げ数がある程度ある場合に急激に立ち上がる傾向があり、それをもたらすためには宣伝による初期段階での売上げが非常に効果的であることがわかった。

しかしながら、口コミ等による評判はその楽曲自

体の魅力、文献1での用語では $R_d$ 、 $R_s$ に依存するわけで、それらの数値がネガティブであれば、宣伝の有無にかかわらず、販売の上昇はあり得ない。従って、魅力的な楽曲を作成するという行為が、当然の事ながら最も基本であり、魅力的な楽曲であるならば、ここで問題とするような非線形効果で効果的に売上げを伸ばすことも可能になると考えられる。

これらの計算結果は著者の一人である吉田の音楽プロデュース経験に照らしてもうなずける結果で、前述のヒットを構成する要因であるそれぞれの項を方程式に表した式と現実のヒット現象との感覚的一致が見られ、本論文における単純なモデルでも、それぞれのヒット現象を表す式としての妥当性を主張することが出来る。それが極めて単純化した近似計算であることと考え合わせると、本論文で提示したヒット現象の数理モデルは、問題の本質的なメカニズムをある程度説明しうるものではないかと考えられる。

ヒットのメカニズムを数理的に解析することは、これまでなかなか実現できなかった。その原因のひとつは、ヒット現象そのものの性質から、人の意識が介在することであるため突発事項が多く、一定の法則とするにはリスクがあるからである。ヒットの要因を大きく大別すると、コンテンツそのものによる要因、宣伝等マーケティング効果による要因、そして、口コミ等評判による自然発生的な拡大要因の3つがある。特に、最大のヒット寄与要因である口コミ等の評判要因は、これまで、その存在が指摘されてきたもののなかなか数値検証に至るデータの入手方法がなく、研究の途につけるような状況ではなかった。ところが近年、インターネットの登場で、ログデータからの実データ入手が可能となり、特に、口コミ要因では、ブログでの話題を表す数値が擬似的に噂や評判の数値的ボリュームと見なしても差し支えないのではないかと判断できることにより、本論文で指摘した仮説の検証が可能となると思われる。その種のブログ数値と販売数値、宣伝に関する数値等の時間推移を追うことにより、本論文で提示したヒット現象の数理モデルは十分に検証可能、あるいはさらに発展・精密化することが可能であると考えられる。

このように、ヒット現象を表す方程式の基本的な考え方は、単純なモデル計算によってある程度実証されたと考えられるが、現実のヒット現象を完全に網羅したモデルと言うにはいまだ不十分である。そ

それぞれの数式で表せた方程式の各要素を、実際のケースに当てはめて、サンプル数を多く取ることで、今後の研究が進んで行くと思われる。実際のエンタテインメント・コンテンツ・ビジネスの検証データを事業会社から入手して、実際の数値による方程式の検証が必要になってくるのである。

また、ヒット現象は必ず収束することを我々は経験的に認知している。そのことは、エンタテインメント・コンテンツには、文献1でも指摘されている<飽きる>という部分が多く、それが顕著であると推測されるからである。また、数的な考察では、すべての人が購入するということでも収束するというモデル化が可能である。最終的なヒットのメカニズムの展望としては、その収束のメカニズムまで言及していく必要がある。これも、今後の研究の課題であろう。

## 9. 結論

本論文ではヒット現象をもたらす要因を5つの要素で分析した研究に基づき、宣伝と口コミ等の評判に影響を受けた楽曲の販売の時間的変化を記述する方程式を消費者個人の視点で導入した。その方程式を均等近似で解いた結果は口コミ等による楽曲の評判が非線形的に売り上げを伸ばす働きをし、その非線形性に宣伝が効果的に絡みうることをモデル計算で実証した。提示した数理モデルは各要素の数値に実測データを入れていくことで、今後精密化することが十分に可能な構成となっている。

## 10. 今後の展望

今後の研究では、特定の商品アイテムを設定し、実際のヒット現象の数値データを、レコード会社や音楽配信会社等から主に宣伝等のマーケティングデータやダウンロードデータを、販売データ集計会社からは、CDの販売データや楽曲の評価データ等を、プログの調査会社からは、プログの検索データ等を提供していただいて、本論文で提示したヒット現象の数理モデルの検証と研究を進めることが既に開始されている。その検証作業の中で、ヒット現象の数理的解析を進め、より進化させたモデルが提出出来ることが期待される。

## 参考文献

- [1] 吉田就彦著「ヒット学～コンテンツ・ビジネスに学ぶ6つのヒット法則」(ダイヤモンド社) 2005年
- [2] 寺本英著「数理生態学」(朝倉書店)1997年

(受理 平成17年9月26日)