

ヒット現象の数理モデル

映画興行を例とした計算と実測の比較

Mathematical Model for Hit Phenomena

Simulation vs. observation for movie entertainment

石井 晃 鳥取大学大学院工学研究科

Akira Ishii Tottori University

梅村早苗 鳥取大学工学部

Sanae Umemura Tottori University

林 隆文 鳥取大学大学院工学研究科

Hayashi Takafumi Tottori University

松田直也 鳥取大学工学部

Naoya Matsuda Tottori University

新垣久史 デジタルハリウッド大学大学院

Hisashi Arakaki Digital Hollywood University

中川 健 (株)電通

Takeshi Nakagawa Dentsu Inc.

吉田就彦 デジタルハリウッド大学大学院

Narihiko Yoshida Digital Hollywood University

キーワード: ヒット現象 ブログ 映画 マーケティング 数理モデル 数理生態学

概要

映画のように興行が短期間で終わるエンタテインメント系の事業の経済効果を記述する数理モデルを提出した。実際の映画興行の状況を観客動員数とブログ書込数の日ごとの値で測定したところ、観客動員数とブログ書込数は非常に似た時間的变化をすることがわかった。一方で宣伝の効果を日ごとの広告出稿費で代表させて、それを“外力”として数理モデルで観客動員数を計算したところ、日ごとの動員数(ブログ書込数)の推移を極めてよく記述することがわかった。

1. はじめに

通常の状態ではランダムに動いている多数のものが、あるきっかけで協同現象を起こし、そろって動くという現象が、自然界では時々見受けられる。それは対象同士がなんらかの相互作用

を起こして、お互いの動きがそろってしまうことで起きる現象と考えられる。例えば外部磁場を加えることで磁性体のスピンの動きが徐々そろっていく現象などはその典型例であろう。この種の例は化学反応や生物学でも見ることができるが、それにとどまらず、社会科学的現象にも見ること

ができる。社会科学的研究対象であっても、その対象となる各エージェントの、他のエージェントとの相互作用がはっきりと数式で定義されていれば、物理学や化学、生物学と何ら変わることものない協同現象として扱うことができるのである。

本研究では、エンタテインメント・コンテンツのヒット現象の数理モデルを考察する。エンタテインメント・コンテンツのヒット現象とは、ある音楽や映画等が消費者の支持を得て、CD等の販売数や観客動員数を爆発的に増やすという現象である。この現象を、音楽で言えば、楽曲の魅力とか歌手や演者等アーティストの個人的な魅力だけに帰するのではなく、一個の数理現象として捕らえて分析し、ヒットという現象が起こるメカニズムを解明し、できればヒット現象の予測の方向性を探るのが本研究の最終的な目的である。経済現象の中で特にエンタテインメント産業と呼ばれる分野を数理的に扱うモデルを構築して、『大ヒット映画』などが生まれるヒット現象を数理的な側面から捉えてこれを実験検証することを目的とする。これが成功すればマーケティングに有効な手法を与えるはずである。

ヒット現象とは通常、商品の販売数等が爆発的に増えることであったり、テレビの視聴率がある数字を越えていくことであったり、常に数字で表現し、比較されることでヒットするという社会現象を表している。ただし、ヒット現象の正確な定義およびその現象を数理的に解析分析している文献は少ないと言わざるを得ない。特に本研究で扱う、一般的にも馴染みの深い、エンタテインメント・コンテンツ・ビジネス分野を対象とした数理的な研究はほぼ皆無と言ってもよい。しかしながら、ヒット現象という社会科学的な現象を数理的に解明できれば極めて波及効果が大きいと言える。何故ならば、エンタテインメント・コンテンツ分野でのヒット現象は、爆発的拡大性に強く影響を与える『流行』という要素が強い

からである。

本来、商品の販売というのは経済学の守備範囲である。しかし、いわゆる新古典派の経済学において、常に念頭にあるのは市場の均衡であり、本論文で対象とする映画の公開での市場の均衡とは、公開後何週間か経って日本全国で1日にほとんど客が入らないという状態のことであろう。それは均衡ではあるけれど興味が無い。ビジネス的には何の意味もない状態になっていると言える。また、一般に映画入場料は価格が決まっているため、それぞれの映画ごとに需要と供給のバランスで価格が決定されるという市場原理が働かないことにも留意する必要がある。ここで興味があるのは均衡する以前の過渡現象であり、ヒットの本質はこの過渡現象における揺らぎを最大限に利用して、短期間に収益を上げることにある。従って、ヒット現象を扱うことは伝統的な意味でのミクロ経済学の範囲外となる。つまり、ヒット現象の過程の中では、興味あるほとんど全ての現象が過渡現象であり、本質的に時間依存で解明する必要があるという意味で、為替市場とも株価市場とも、あるいは耐久消費財販売とも異なる現象であり、ここで新たに扱う意味も出てくるのである。つまり、ヒット現象とはきわめて時間に敏感に依存した非平衡経済現象である。

いわゆる大ヒットなどのヒット現象は売れる商品が売れない商品に対して桁違いに売れるという点で特異である。その商品自体の魅力が10倍程度しか変わらないとしても、その売り上げは、ヒット曲で言えば数千枚から百万枚までの違いとなる。このことは、売り上げがその商品自体の魅力に対して非線形的に決まるということを示唆する。

また、エンタテインメント産業にはある種の特殊性がある。それぞれの商品の個別性である。例えばダヴィンチ・コードを観に行った人が、満員なので仕方なしにハリーポッターを観ることは

まずない。しかし、例えばこれがHDDレコーダなら、松下が品切れで東芝を買う人などは、珍しくないであろう。その意味で、エンタテインメント産業ではマーケティングシェアというものが存在しない。そもそも、それぞれの映画が次々に現れては短時間で売り上げが終わって消えていく繰り返しで、シェアなど存在しない、あるいは時々刻々のシェアは存在しても、あまり意味はない。

映画や音楽などのエンタテインメント系のヒットは、一般に公開（発売）から収束まで数週間という短いサイクルである。その間で観客動員数（売り上げ）は日ごとに大きく変動し、定常状態になることはない。従来、そのような時間的な変動の激しい非平衡現象の実際を捉える手段が無く、映画ごとの売り上げ、楽曲ごとの売り上げと俳優・アーティストの実績・人気度などで議論せざるを得ない状況だったと言えるが、ここ数年に急速に台頭してきたブログをうまく検索して用いると、映画や音楽がヒットしていく現象を確実に捉えることが出来る。本研究では、特に日ごとの観客動員数のデータが存在する映画に焦点を絞り、日ごとの観客動員数、ブログ書込数、そして日ごとの広告出稿費のデータの時間的な変動を比較することで、ヒット現象の実際を調べる。そして、著者らが以前から提案しているヒット現象の数理モデル[1,2]に改良を加え、観客動員数やブログの実測値と比較してモデルの精度を議論することを目的とする。

ヒット現象は映画等の公開の直前に盛り上がる一方、時間の経過と共に減衰していく。この減衰に関し、これまでのヒット現象の数理モデルでは、基本的な方程式の中に指数関数的な減衰係数が入っていた。これは公開後、映画そのものの話題性が次第に減衰していくことを意味していた。しかし、一方、減衰には、潜在的観客の大部分が観てしまったために新たな観客増が望めないのが、観客動員数が減衰して

いくという効果もある。そこで、従来のヒット現象の数理モデルには採り入れていなかった、潜在的観客の数とその中のどれだけが映画を観たかという要素を採り入れた新たなモデルを提出しよう。そして、下の表に示す 25 の映画タイトルについて広告出稿費、興行収入、ブログ書込数のデータを日ごとのデータとして集め、数理モデルの計算値と実際の興行収入を比較した。

		タイトル	公開年	総書込数	週間ピーク
1	SPE	スパイダーマン3	2007	20,981	4,724
2	東宝	どろろ	2007	26,000	3,764
3	SPE	バイオハザードⅢ	2007	40,836	3,437
4	SPE	硫黄島からの手紙	2006	29,990	3,253
5	東宝	ALWAYS三丁目の夕日	2007	32,393	2,618
6	UIP	トランスフォーマー	2007	20,997	2,489
7	松竹	大日本人	2007	11,731	2,457
8	東宝	HERO	2007	15,195	2,355
9	SPE	ダ・ヴィンチ・コード	2006	39,031	2,273
10	東宝	クローズド・ノート	2007	7,969	2,189
11	東宝	恋空	2007	13,843	2,092
12	WB	デスノート	2006	29,179	1,901
13	WB	デスノート The Last Name	2006		
14	東宝	西遊記	2007	41,395	1,898
15	松竹	武士の一分	2006	20,011	1,833
16	東映	劇場版CLANNADクラナド	2007	27,949	1,684
17	東宝	NANA	2005	21,667	1,612
18	BV	パイレーツ・オブ・カリビアン ワールド・エンド	2007	8,348	1,304
19	東宝	クローズZERO	2007	6,604	1,287
20	WB	オーシャンズ13	2007	7,592	1,215
21	東宝	舞妓Haaaan!!!	2007	6,606	1,174
22	シネカン	フラガール	2006	23,756	1,015
23	BV	レミーのおいしいレストラン	2007	7,854	1,011
24	東宝	椿三十郎	2007	4,826	617
25	東宝	マリと子犬の物語	2007	3,409	613
26	東宝	Life 天国で君に逢えたら	2007	3,101	558

2. 数理モデル

まず最初に、一度買ったならもう買わないという製品の販売を考えよう。潜在的な顧客の総数を N_0 、時刻 t までに購入した人の数を $N(t)$ としよう。すると、買ってない人の数は $N_0 - N(t)$ であり、これらの人が単位時間あたりに a の率で購入するとすると、この系を記述する方程式は次のような形になる。

$$\frac{dN(t)}{dt} = a(N_0 - N(t)) \quad (1)$$

この方程式は簡単に解けて、その解は

$$N_0 - N(t) = Ce^{-at}$$

$$N(t) = N_0 - Ce^{-at}$$

となる。ここで初期条件として $N(t)=0$ ならば、 $C = N_0$ となって、

$$N(t) = N_0(1 - e^{-at}) \quad (2)$$

と求められる。これを代入して

$$\frac{dN(t)}{dt} = ae^{-at} \quad (3)$$

となるが、この量は、単位時間あたりに販売される量ということになる。つまり、単位時間を1日とすれば、1日あたりの販売量が

$$\Delta N(t) = ae^{-at} \Delta t \quad (4)$$

と書けるということである。これから一日あたりの販売数は、だいたいの傾向として指数関数的な減衰を示すという簡単な法則が導かれる。これは映画の場合の観客動員数のデータで簡単に確かめることができる。

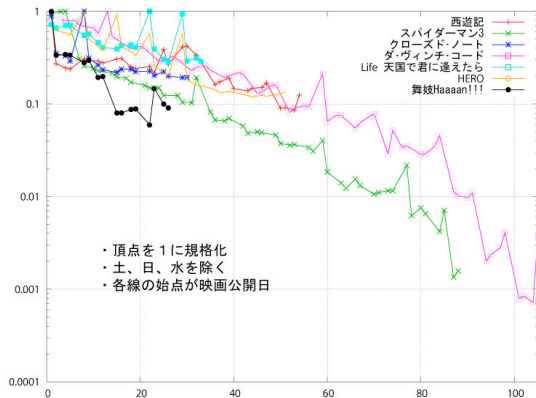


図1 いくつかの映画の観客動員数の減衰
縦軸は対数で興行収入、横軸は日

さて、上で考えたのは公開後の観客の総数 $N(t)$ であったが、ヒット現象の数理モデルは消費者1人1人の行動を追う方程式に直すことで、より精密な分析を可能にしている。そこで、まず観客の総数 $N(t)$ を、観客一人一人の購入意欲の”積分値” $J_i(t)$ に分割しよう。

$$N(t) = \sum_i J_i(t) \quad (5)$$

これを用いると(1)式は

$$\frac{d}{dt} \left(\sum_i J_i(t) \right) = a \left(N_0 - \sum_i J_i(t) \right) = a \sum_i (1 - J_i(t)) \quad (6)$$

と書き換えられるので、これから、一人の顧客あたりの購入意欲の積分値は次の方程式に従うことになる。

$$\frac{dJ_i(t)}{dt} = a(1 - J_i(t)) \quad (7)$$

この方程式の解はすぐわかるように

$$J_i(t) = 1 + Ce^{-at} \quad (8)$$

なので、初期条件として $t=0$ で $J_i(t) = 0$ であると

すれば、解は

$$J_i(t) = 1 - e^{-at} \quad (9)$$

となる。当然ながら、(3)と同じ形である。

この購入意欲の積分値 $J_i(t)$ の微分が、単位時間あたり、つまり映画の解析で言えば一日あたりの購入意欲 $I_i(t)$ となる。

$$\frac{dJ_i(t)}{dt} = I_i(t) \quad (10)$$

この購入意欲 $I_i(t)$ の従う方程式は(7)を時間で微分すれば求めることができる。

$$\frac{dI_i(t)}{dt} = -aI_i(t) \quad (11)$$

このようにして、購入意欲に関しても単純な考察から指数関数的な減衰になることを示すことができる。以下の数理モデルで、この指数関数的な減衰が背後の基本的なメカニズムとして存在すると考える。

以下で、ヒット現象の数理モデルを、上で論じた自律的減衰を採り入れて考えていく。映画を見ようという意欲を駆り立てる要因は、宣伝広告の影響、友人からの薦め、そし街中でのもっ

ぱらの噂話からの影響の3つがあると考え[1,2]。直接友人から薦められることを「直接コミュニケーション」と呼び、それに対して街中でのもっぱらの噂であるとか、ネット検索で目にとまった掲示板やブログ上のやりとりなどに影響されたものを「間接コミュニケーション」と呼ぼう。それらについて、購入意欲の時間的な変化を追う微分方程式を立てるという方法で数理モデル化をしていく。

まず、問題とする映画タイトルの潜在的な観客の総数を N_p としよう。それに対して、時刻 t の時点で既にその映画を観てしまった観客の数を $N(t)$ とする。映画公開日を $t=0$ とすると、観た観客の積算数は購入意欲 $I_i(t)$ から次のように定義できる。

$$N(t) = \int_0^t \sum_i I_i(\tau) d\tau \quad (12)$$

購入意欲そのものは予約等事前に関心が集まることを想定して時間が負、つまり公開日以前でも値を持つが、観客動員数には公開日以後の購入意欲しか積分範囲に含まれないことに注意されたい。

さて、以前から提案しているヒット現象の数理モデル[1,2]に、映画を観た観客はもう映画を観ないということによる減衰(11)を付け足すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dI_i(t)}{dt} = & -aI(t) + A(t) + \sum_{j \neq i}^N D_{ij} I_j(t) \\ & + \sum_j \sum_k P_{ijk} I_j(t) I_k(t) \end{aligned} \quad (13)$$

右辺の第一項が消費者が次々に映画を観ていったことによる観客数の減少を表す項、第二項が広告宣伝によって影響された消費者が映画を観る項、第三項が友人からの薦めでその映画を観る人の項(直接コミュニケーション)、そして第四項が映画についてのうわさ話やブログなどに影響されて映画を観る項(間接コミュニケーション項)である。

これまでのヒット現象の数理モデル[1,2]では直接コミュニケーションの係数 D と間接コミュニケーションの係数 P の2つを考えたが、本研究では既に観た観客とまだ観ていない観客を区別するため、ここで既に観た観客と未だ観ていない観客とを添え字 “y”, “n” で表すことにしよう。例えば D^{ny}_{ij} は、既に観た人 j から未だ観ていない人 i への直接コミュニケーションを表す。係数 P についても同様である。

さて、公開後に映画を観た人の増加により、潜在的な観客が減衰していく効果であるが、まず最初に公開前でのブログ等の盛り上りを説明するモデルから考えていくことにしよう。それは公開前の方が、既に観た観客を考慮しない分だけモデル化が簡単になるからである。

ここで、この数理モデル(13)を計算する上で、簡単化のために平均場近似を行う。

$$I = \frac{1}{N} \sum_j I_j(t) \quad (14)$$

これは N 人の消費者がいずれもまったく同じ動きをするという事を意味し、社会を非常に単純化したことになる。現実の消費者の行動は多様であるが、そのような多様な消費者をいくつかのクラスターに分解し、それについての連立方程式の形で(13)をモデル化するという方向でモデルを拡張することはそれほど難しくないの、ここではそのような方向も視野に入れた上で、最も簡単な解をまず求めてみるという第一次近似という意味合いで、(14)の平均場近似を導入することにする。

観ていない人同士の直接口コミから考えよう。観てない人同士の直接口コミは次のようになる。

$$\begin{aligned} \sum_j D_{ij} I_j(t) = & N \frac{1}{N} \sum_j D_{ij} I_j(t) \\ & \frac{N_p - N(t)}{N_p} (N_p - N(t)) D^{nn} I \end{aligned} \quad (15)$$

観ていない人の数の2乗に比例していることが

わかる。

間接口コミも同様に考えて良いので、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} \sum_j \sum_k P_{ijk} I_j(t) I_k(t) &= N \frac{1}{N} \sum_j N \frac{1}{N} \sum_k P_{ijk} I_j(t) I_k(t) \\ \Rightarrow \left(\frac{N_p - N(t)}{N_p} \right)^3 N_p^2 P^{nn} I^2 &= \frac{(N_p - N(t))^3}{N_p} P^{nn} I^2 \end{aligned} \quad (16)$$

故に、観ていない人同士によるコミュニケーションは直接と間接の和で書いて

$$\frac{(N_p - N(t))^2}{N_p} D^{nn} I + \frac{(N_p - N(t))^3}{N_p} P^{nn} I \quad (17)$$

となることになる。公開前は観ている観客はいないので $N(t) = 0$ である。これに広告宣伝の影響を外部場のように扱って、広告出稿費の定数倍で一定の割合の人が映画を見に行く効果を $A(t)$ で表そう。従って公開前 ($t < 0$) の盛り上りを表す方程式は次のようになる。

公開後に見られる減衰項(11)は、公開前でのこの方程式には見られない。この方程式の解は、各係数が正である限り、単調な増加関数となり、これは実際の観測での公開前のブログ書き込み数の増加を基本的に説明していると言える。

$$\frac{dI(t)}{dt} = A(t) + N_p D^{nn} I(t) + N_p^2 P^{nn} I^2(t) \quad (18)$$

次に映画公開後を考えよう。まず、映画公開後も(18)式で表される未だ観ていない人同士の直接・間接コミュニケーションは存在するので、方程式は

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= -aI(t) + A(t) + \frac{(N_p - N(t))^2}{N_p} D^{nn} I \\ &\quad + \frac{(N_p - N(t))^3}{N_p} P^{nn} I^2 + \dots \end{aligned} \quad (19)$$

と書けるであろう。この形を見ると、観ていない人同士のコミュニケーションは公開が進んで観ていない人の数が少なくなることで、減衰していくことがわかる。この節では上の(19)式の右辺第五項以下を求めていくことになる。これらの項は、観た人から見てない人への直接コミュニケーションと、観た人同士、あるいは観た人から観てない人への会話の間接コミュニケーションから成り立つ。

まず、観た人から観ていない人への直接コミュニケーションから考えよう。このときの係数を D^{ny} と記すことになる。すると(15)からのアナロジーで、

$$\begin{aligned} \sum_j D_{ij} I_j(t) &= N \frac{1}{N} \sum_j D_{ij} I_j(t) \\ \frac{N(t)}{N_p} (N_p - N(t)) D^{ny} I & \end{aligned} \quad (20)$$

と書ける。間接コミュニケーションの場合は観ている人から観ていない人への会話と観ている人同士の会話の両方から、第三者の観ていない人が影響を受けるとして次のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{(N(t))^2 (N_p - N(t))}{N_p} P^{yy} I^2 \\ + \frac{N(t) (N_p - N(t))^2}{N_p} P^{ny} I^2 \end{aligned} \quad (21)$$

ここで第一項が観た人同士の間接コミュニケーションで、第二項が観た人から観てない人へのコミュニケーションによる間接コミュニケーションである。いずれの場合も、最終的に情報を得るのは観ていない人であるため、観ていない人の数はかならずかかる。

これら(20)、(21)の項はいずれ観た人の数が関係するので、公開初日ではゼロである。ちなみに、観た人の数 $N(t)$ の定義は(12)と同じである。従って、これらの効果は公開後に大きくなり、逆に(19)の右辺第二項、第三項の観てな

い人同士のコミュニケーションは公開後急速に小さくなる。

以上を取りまとめると、公開後の方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{dI(t)}{dt} = & -aI(t) + A(t) \\
 & + \frac{(N_p - N(t))^2}{N_p} D^{mn} I \\
 & + \frac{N(t)}{N_p} (N_p - N(t)) D^{ny} I \\
 & + \frac{(N_p - N(t))^3}{N_p} P^{mn} I^2 \\
 & + \frac{(N(t))^2 (N_p - N(t))}{N_p} P^{xy} I^2 \\
 & + \frac{N(t) (N_p - N(t))^2}{N_p} P^{ny} I^2
 \end{aligned} \quad (22)$$

右辺をあらためて説明すると、第一項は最初に説明した減衰の稿で、第二項が広告出稿量による影響、第三項が観てない人同士の直接コミュニケーション、第四項が観た人から観てない人への直接コミュニケーション、第五項が観てない人同士からの間接コミュニケーション、第六項が観た人同士からの間接コミュニケーション、第七項が観た人と観てない人からの関節コミュニケーションである。Bass モデルはこのうちの第四項のみから導出される。ここで(22)には人為的に導入された減衰係数はまったく含まれていないことに注意されたい。第三項以下のどの項も観た観客の増加と共に影響が現象していく。

3. 実測値と計算値の比較

本研究では実測データとして、Kizasi を使って測った、それぞれの映画ごとのブログ書込数と、興業通信社提供の観客動員数(興行収入)、そして電通広告統計による広告出稿費を用い

る。本研究で 2005 年以降に日本で公開された 25 タイトルの映画についてこれらを調べた。その結果、観客動員数とブログ書込数の日ごとの変が極めて類似していることが発見された。図に示すのはダヴィンチ・コードでの興行収入(赤)とブログ書込数(緑)である。協業収入の単位は千円でブログ書込数は興行収入の最大値とだいたい値が合うように定数倍してある。

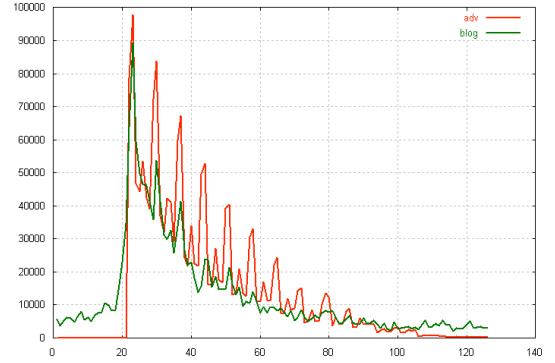


図2 「ダヴィンチ・コード」での興行収入(赤)とブログ書込数(緑)の比較。横軸は日数。

図から、興行収入とブログ書込数の時間的変化は驚くほど酷似していることがわかる。これは今回解析したほとんど全ての映画でほぼ同様の類似を示した。そこで、値がほぼ興行収入に合うように定数倍したブログ書込数を各映画についての疑似興行収入として扱うことになる。このようにすることで、興行収入を映画公開前から連続的に変化している量と見ることが可能になるからである。

次に、本研究で提示しているヒット現象の数理解モデル(22)を用いて各映画についての疑似興行収入を計算してみたのが次の図である。A(t)として電通広告統計による広告出稿費の値を用い、その効果が公開日を最大として指数関数的な減衰を示すと仮定し、その減衰係数も含めてフィッティングを行った。

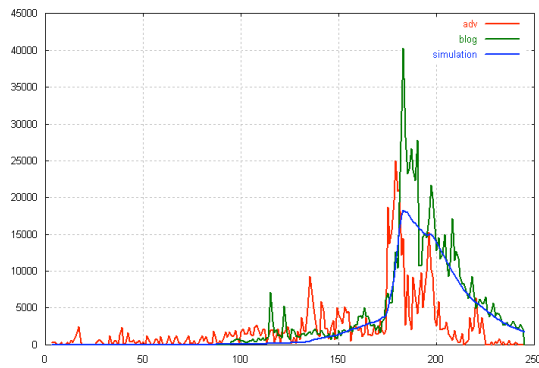


図3 「どろろ」に関する計算と実測の比較。広告出稿費(赤)、疑似興行収入(緑)、数理モデルによる計算(青)である。横軸は日。

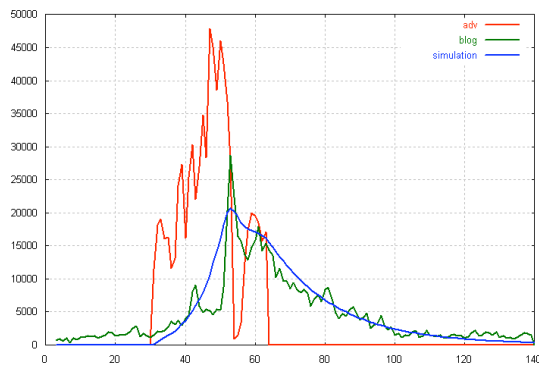


図4 「トランスフォーマー」に関する計算と実測の比較。広告出稿費(赤)、疑似興行収入(緑)、数理モデルによる計算(青)である。横軸は日。

このように、本研究で求めた数理モデル(21)による計算は、広告出稿費を入力として、公開前を含めてきわめて精度よく疑似興行収入を再現することがわかる。疑似興行収入は公開後の興行収入と合うように定数倍したブログ書込数であるから、これは毎日の興行収入を予測していることになる。

入力として日ごとの広告出稿費を用いて計算しているので、この広告出稿費の時間的な配分を変えれば、当然興行収入の予測も変化する。従って、本研究の数理モデルから、最大興行収入を得るための、広告出稿費の最適時間配分の問題という新しい数理マーケティングのテ

ーマが誕生したことになる。

4. まとめ

本研究で、広告出稿費、興行収入、ブログ書込数の日ごとの変化がヒット現象の特徴をよく表現することがわかり、それら実測データを背景にヒット現象の数理モデルを提案した。それを映画興行に応用して、実際に広告出稿費を入力量として興行収入の日ごとの時間変化を再現する事に成功した。これによって、少なくとも映画のヒット現象はある程度予測可能な経済現象になったと言える。

参考文献

- [1] 石井晃、吉田就彦、鳥取大学工学部研究報告, 36 (2005) 71
- [2] 石井晃、吉田就彦、新垣久史、山崎富美、鳥取大学工学部研究報告, 37 (2007) 107